

**CRITERIOS PARA EL
DISEÑO DE UNA
PROPUESTA DE
ENSEÑANZA DEL
ANÁLISIS MATEMÁTICO
EN PRIMER AÑO DEL J.V.G.**

Gustavo Carnelli

gusfacar@gmail.com

PRIMER CRITERIO: contextualizar la propuesta

Tres niveles

```
graph TD; A[Tres niveles] --> B[Enseñanza Superior]; A --> C[Institucional]; A --> D[Grupo de aula]; B --> E["- Problemática del primer año<br/>- Transición escuela media – nivel superior"]; D --> F["- Conocimientos de Matemática<br/>- Hábitos de estudio"]; C --> G["- Estatus de la institución<br/>- Tipo de institución<br/>- Carrera a la que va dirigida<br/>- Plan de estudios e inserción de la materia en el plan<br/>- Regímenes propios<br/>- Composición de la población<br/>- Mecanismo de admisión. Curso de ingreso<br/>- Estudios sobre el estudiantado"];
```

Enseñanza Superior

- Problemática del primer año
- Transición escuela media – nivel superior

Grupo de aula

- Conocimientos de Matemática
- Hábitos de estudio

Institucional

- Estatus de la institución
- Tipo de institución
- Carrera a la que va dirigida
- Plan de estudios e inserción de la materia en el plan
- Regímenes propios
- Composición de la población
- Mecanismo de admisión. Curso de ingreso
- Estudios sobre el estudiantado

SEGUNDO CRITERIO: acercar a los estudiantes a una Matemática más amplia

Cuestionamientos a la enseñanza tradicional de la Matemática

¿Por qué enseñar y aprender Matemática previamente construida?

¿Por qué lo que se enseña es para que sirva "después"?

¿Por qué centrar la actividad del profesor dando la teoría (definiciones, propiedades y sus demostraciones) y ejemplificando y limitar la actividad del estudiante a aplicar la teoría dada en ejercitación más o menos compleja?

¿Cuándo se aprende que Matemática no es aplicar teoría indiscutible en ejercitación?

¿Cuándo se aprende a demostrar, a argumentar, a resolver problemas, a modelizar, etc.?



Enseñar Matemática: ¿mostrar de la manera más prolija posible los contenidos y seleccionar ejercitación clásica?

Diagnóstico general de los estudiantes

Conocimientos de Matemática

Se limitan a un manejo rudimentario de la operatoria numérica y algebraica y a las características de los formatos algebraicos de las funciones lineales y cuadráticas

No conocen de otros aspectos de la actividad matemática (modelización, validación, argumentación, resolución de problemas, etc.)

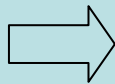
Hábitos de estudio

Poco desarrollados

Muy baja dedicación al estudio fuera de la clase

Buena participación en la clase

¿Qué diferencia a los mejores estudiantes de los más flojos?



Los mejores estudiantes muestran destreza operacional y no incurrir en los errores clásicos de operatoria. Además, destinan algún tiempo al estudio fuera del aula

Propósitos y actividades

Comprender las nociones centrales del Análisis Matemático

¿Por qué calculamos el límite buscando la imagen? ¿No era que el límite no considera lo que pasa en el punto?

Actividad

Calcular $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 1)$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 1) = 5$$

↑
3·2-1

Límite + continuidad y discontinuidad

Ampliar el sentido otorgado al álgebra

Actividad

Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 2x-1$ y

$$g: \mathbb{R}-\{3\} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = \frac{1}{x-3} + 2$$

- Hallar todos los valores de x para los cuales $f(x) = g(x)$.
- Representar en un mismo dibujo a las funciones f y g .
- Usando a) y el gráfico hecho en b), resolver la inecuación $f(x) < g(x)$
- Resolver analíticamente la inecuación $f(x) < g(x)$. Cotejar con c)



Aplicar las técnicas entendiendo por qué funcionan

Actividad

a) Leer la siguiente resolución $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x) = 1$

- Las expresiones algebraicas que intervienen ¿son equivalentes?
- ¿Es correcta la resolución?

Dar argumentos acerca de por qué un enunciado es válido o no o por qué un procedimiento funciona o no

Actividad

Discutir las siguientes resoluciones de la ecuación $x^2 = 9$

1) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \sqrt{9} \Leftrightarrow x = 3 \text{ ó } x = -3$

2) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \sqrt{9} \Leftrightarrow x = 3$

Actividad

Discutir la siguiente resolución:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x - 4}{2} = 4$$

Actividad

Analizar la veracidad de cada enunciado y de su recíproco:

a) Si en $x = a$ f tiene un extremo, entonces $f'(a) = 0$

b) Si f es continua en $x = a$ entonces f es derivable en $x = a$

Entender las definiciones, las propiedades y las demostraciones de los teoremas clásicos

Ejemplo: Nociones de topología de la recta real. Punto interior

Dado el subconjunto A no vacío de los reales, un número real x es un *punto interior de A* si y solo si existe un entorno de centro x incluido en A "

Al conjunto de todos los puntos interiores de A se lo llama *interior de A* y se lo simboliza $int(A)$

a) Dado $A = (0,3]$

i) Justificar por qué 2 es un punto interior de A

ii) Justificar por qué 0 no es un punto interior de A

iii) ¿Es 3 un punto interior de A ? Justificar

b) Siendo A un subconjunto no vacío de los reales, decidir el siguiente enunciado es verdadero o falso. Justificar y luego analizar el recíproco

$$\forall x : (x \in A \Rightarrow x \in \text{int}(A))$$

Discutir la necesidad de las hipótesis de los teoremas clásicos

Actividad

Leer el siguiente enunciado, correspondiente al Teorema de Bolzano:

“Si f es una función continua en $[a,b]$, con $f(a) \cdot f(b) < 0$, entonces f tiene una raíz en el intervalo (a,b) ”

- a) Analizar la veracidad del enunciado que resulta de quitarle la hipótesis referida al signo de $f(a) \cdot f(b)$
- b) Analizar la veracidad del enunciado que resulta de quitarle la hipótesis referida a la continuidad de f .

Acercamiento a la bibliografía especializada

- Leer y discutir algunas partes de los libros
- Comparar como introducen un tema distintos libros
- Estudiar algún contenido (menor) de un libro
- Sugerir, como complemento de un tema, la lectura de algún libro

Que conozcan las particularidades que definen a las funciones lineales y cuadráticas

Actividad

- a) La pendiente de una recta es $-3/5$. Si el punto $(-1; 4)$ pertenece a ella, dar otros dos puntos de la misma.
- b) De una función cuadrática f se sabe que $f(2) = 4$ y que la abscisa del vértice de la parábola es $5/2$. ¿Existe otro valor del dominio cuya imagen es 4? Justificar.
- b') De una función cuadrática f se sabe que $f(2) = 4$ y que el vértice de la parábola tiene coordenadas $(5/2; 1)$. ¿Existe otro valor del dominio cuya imagen es 4? Si existe, hallarlo; si no existe, justificar por qué.

Dificultades en la implementación

- No encontrar una propuesta satisfactoria para retomar "Funciones"
- Restricciones temporales para una buena propuesta para "Integrales"
- Ausencias frecuentes de los estudiantes
- Buena valoración de los estudiantes pero escasos resultados en retención y aprobación

Primer pasaje por los grandes temas

- Empezar por lo más "familiar"
- No ver al principio temáticas que requieren de un estudiante "más formado matemáticamente" para entenderlas

Números reales → Funciones → Límite → Derivadas

Segundo pasaje por los grandes temas

Números reales: Completitud. Nociones de topología de la recta real. Módulo.

Funciones: inyectividad y suryectividad

Límite y Continuidad: definición formal; sistematización y demostración de propiedades; Teorema de Bolzano

Derivadas: relación continuidad – derivabilidad; teoremas del valor medio; derivabilidad y recta tangente; relación derivada primera y extremos, derivada segunda y puntos de inflexión

Propuesta de evaluación

Lineamientos

- Realizar actividades de evaluación "con frecuencia"
- Poner el énfasis en las evaluaciones durante la cursada. Los parciales no son una preparación para el examen final. El examen final debe ser un momento de síntesis, no el lugar hacia el cual se orienta la propuesta de evaluación y la instancia en la que el estudiante debe demostrar que sabe la materia
- La evaluación no es solo para certificar aprendizajes logrados. También debe acompañar el proceso de aprendizaje.

Propuesta

- Tres evaluaciones parciales
- Entrega semanal de un ejercicio para su corrección (obligatorio al principio, opcional al final). Se pondera la realización de la tarea, no la corrección matemática.
- Examen final, como momento de síntesis